



民意を反映した 投票制度の検討と提案

北村祐太郎

矢吹健二

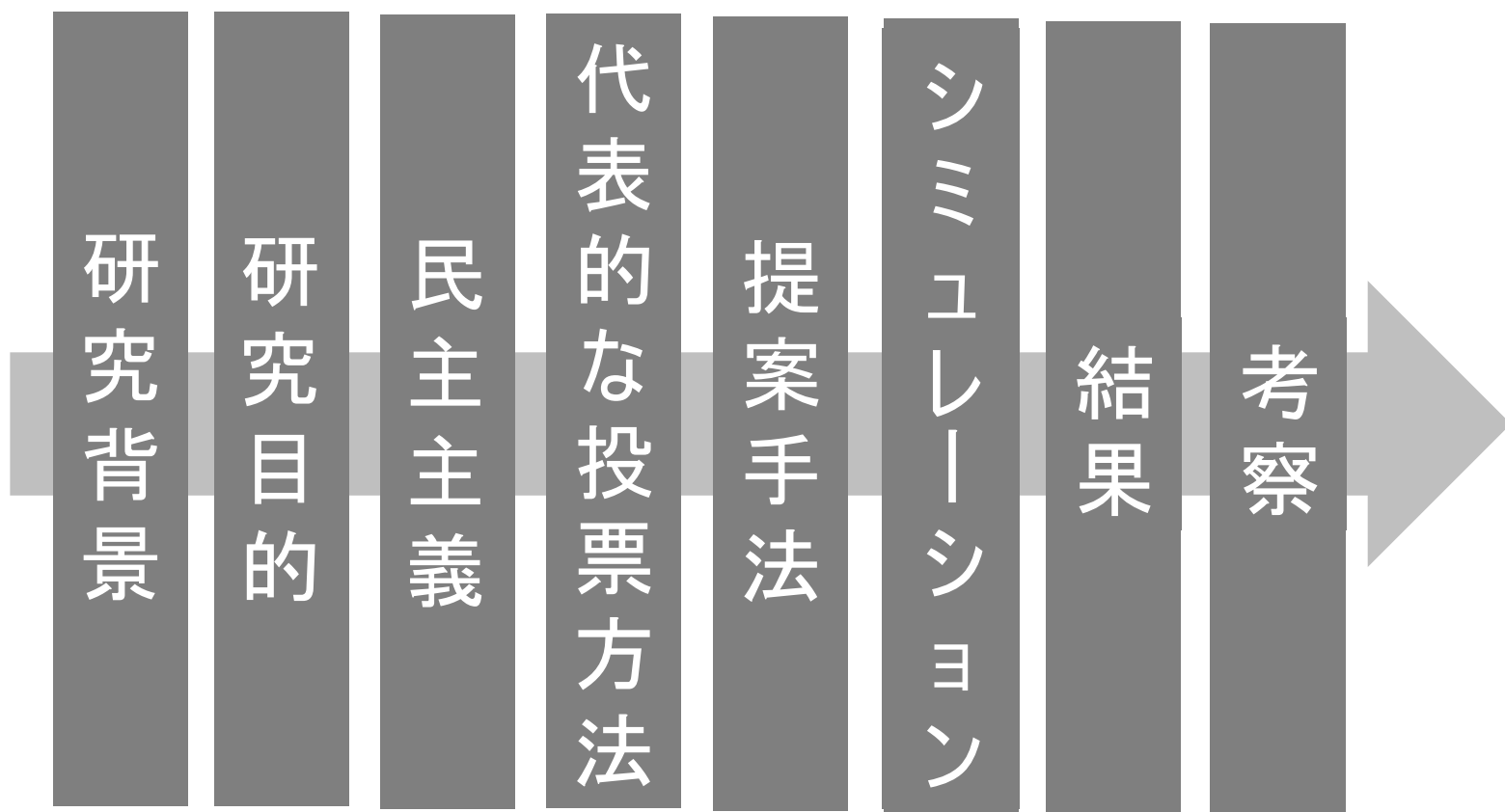
清田昇吾

第7班

ムハマド アクバル シホタン

アドバイザー教員：遠藤靖典

目次



様々な政策が物議を醸している

- Ex. 消費増税、憲法改正、安保法案、Brexit
- 賛成の声も多いが、反対の声も多く見られる

国会議員は国民が選んだ

→政策には民意が反映されているはず

本当にそうであるのか検討する必要がある

- 現行の選挙における投票制度が民意を反映しているのかどうかを数理的な観点から考察
- 投票制度が重大な欠点を含む場合、それらを克服する新たな投票の仕組みを提案

民主主義

- 民衆が国家を統治する体制
 - ◆ 国民全員が主権を持つ
 - ◆ 意思決定を構成員の合意

民主主義の始まり

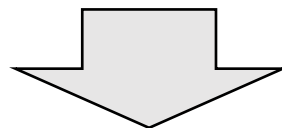
- フランス革命以前は君主による専制支配
- フランス革命による国民主権の革命
 - ◆ 絶対王政が打倒、主権が王から国民へ
 - ◆ 民主主義が世界に広まる

フランス革命に影響を与えた ルソーの社会契約論

● 社会契約と一般意思

- ◆ 社会契約：自由や平等を保持するために契約を結ぶことで国家を作ること
- ◆ 一般意思：共同の利益のため、個々の利害を離れ、一体となった人民の意思

一般意思の集約方法＝投票
多数が一般意思、少数が特殊意志ではない



現在、投票として多数決が多く使われている

A. 多数決

- 多く選ばれた選択肢を採択するルール
- 多数決での選択は正しいのか？

| | 8人 | 7人 | 6人 |
|----|----|----|----|
| 1位 | X | Y | Z |
| 2位 | Z | Z | Y |
| 3位 | Y | X | X |

Xが多数決勝者

X 8人 < Y 13人

X 8人 < Z 13人

最も望まれていない選択肢が採択されてしまう

代表的な投票方法



B. ボルダ方式

選択肢に評点を与え、合計が最大になる選択肢が勝者となる

| ポイント数 | 順位 | 8人 | 7人 | 6人 | 候補者総ポイント |
|-------|----|----|----|----|-------------------|
| 3ポイント | 1位 | X | Y | Z | X→ 37ポイント |
| 2ポイント | 2位 | Z | Z | Y | Y→ 41ポイント |
| 1ポイント | 3位 | Y | X | X | Z→ 48 ポイント |

Zが勝者となる

C.コンドルセ方式

各選択肢でペア比較を行い、ペア全勝者を選び取る

| | 8人 | 7人 | 6人 |
|----|----|----|----|
| 1位 | X | Y | Z |
| 2位 | Z | Z | Y |
| 3位 | Y | X | X |

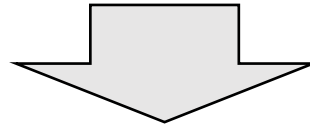
XとY 8対13でYの勝利

YとZ 7対14でZの勝利

ZとX 8対13でZの勝利

ペア全勝者の**Z**が選ばれる

ボルダ法はあらかじめ決められたウェイトの値に
順位が大きく左右される



DEAを利用したランク付き投票データの分析

各候補者にとって最も有利なウェイトによってスコアを評価できる

- ・ Cook and Kress : より候補者を差別化する方法を提案
 - ✖ ウェイトをあらかじめ固定して評価することと事実上同じ
- ・ Greenら, Hashimoto : 上記の弱点を克服する手法を提案
 - ✖ 特定の弱小候補の有無によって有力候補の順位が入れ代わってしまう
- ・ Obata and Ishii : 弱小候補の存在に影響されない手法を提案
 - ✖ 改善が見られずGreenら, Hashimotoの手法の方が良い結果を示す

各種投票方式の欠点

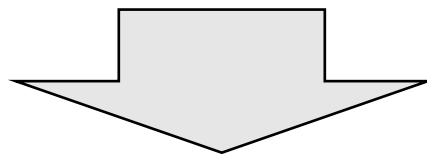


多数決：最も望まれていない選択肢が採択されてしまう

ボルダ：戦術投票に弱く勝者を意図的に操作できる

コンドルセ：勝者が決定しないことがある

DEA：有力候補が複数存在する場合は有力候補者同士で
優劣がつかなくなり，弱小候補の有無にも影響を受ける



これらの欠点が克服された投票制度が必要

アローの不可能性定理



投票ルールのうち、満場一致性、二項独立性、非独裁制を**全て満たすものは存在しない**

- 満場一致性

全員が x が y よりも望ましいとしたとき、社会的順序も x が y よりも望ましいと判断される

- 二項独立性

2つの選択肢 x, y の順序は、他の選択肢に影響されない

- 非独裁制

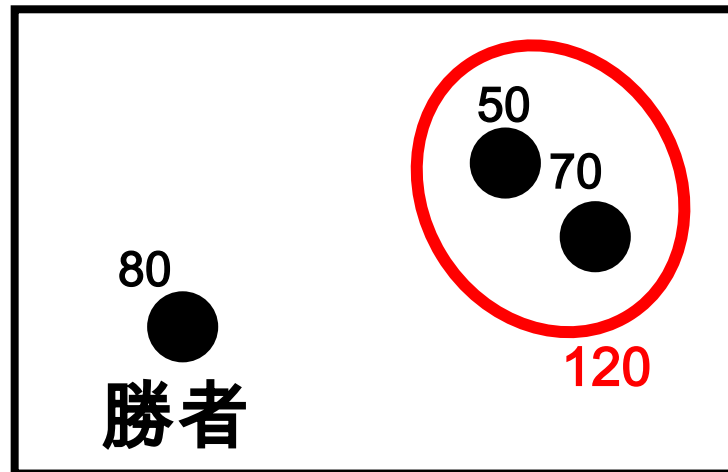
選択が社会的な結果を左右する独裁者はいない

完全に民主的な意思決定方式はない

より民意を反映した方法を考える必要がある

提案：候補者間の類似度を利用した
投票システム

目標：票割れにより最も望まれない
第三者が勝者となることを防ぐ



提案手法1～ボルダ方式に類似度を利用した手法～

ボルダ方式で求めたボルダ得点に、他の候補者のボルダ得点を類似度に基づいて加味する

$$MBP_i = BP_i + \sqrt[l]{\sum_{j \neq i} (BP_j \times S_{ij})^l}$$

MBP_i : 候補者*i*の真の得点

BP_i : 候補者*i*のボルダ得点

S_{ij} : 候補者*i*と他の候補*j*との類似度

j : 他の候補者

l : 他の候補者の影響を調節するパラメータ

提案手法2～多数決に類似度を利用する方法～

多数決の結果（＝得票数）に、他の候補者の得票数を類似度に基づいて加味する

$$BP_i = P_i + \sqrt[l]{\sum_{j \neq i} (P_j \times S_{ij})^l}$$

BP_i : 候補者*i*の真の得点

P_i : 候補者*i*の得票数

S_{ij} : 候補者*i*と他の候補者*j*との類似度

j : 他の候補者

l : 他の候補者の影響を調節するパラメータ

想定する投票制度

- m 人の候補者 $R_1 \dots R_m$ に n 人の投票者 $V_1 \dots V_n$ が投票
- 候補者 R_m は類似度に基づくクラスタ C_k に所属
- 各投票者は良いと思った候補者に順次ランクをつける
- 投票結果に、多数決、ボルダ方式、提案手法1、提案手法2を適用して当選者を決定し、真の順位と比較する

好感度の設定

各候補者と各クラスタには好感度を与える

候補者個人の好感度

$$RF_i = \frac{m - i}{m - 1}$$

RF_i : 候補者 i の好感度
 m : 候補者数

クラスタの好感度

$$\frac{1}{\#(C_k)} \sum_{i \in C_k} RF_i \leq CF_k \leq \max_{i \in C_k} RF_i$$

CF_k : クラスタ k の好感度
 $\#(C_k)$: クラスタ C_k に所属する候補者数

好感度の設定

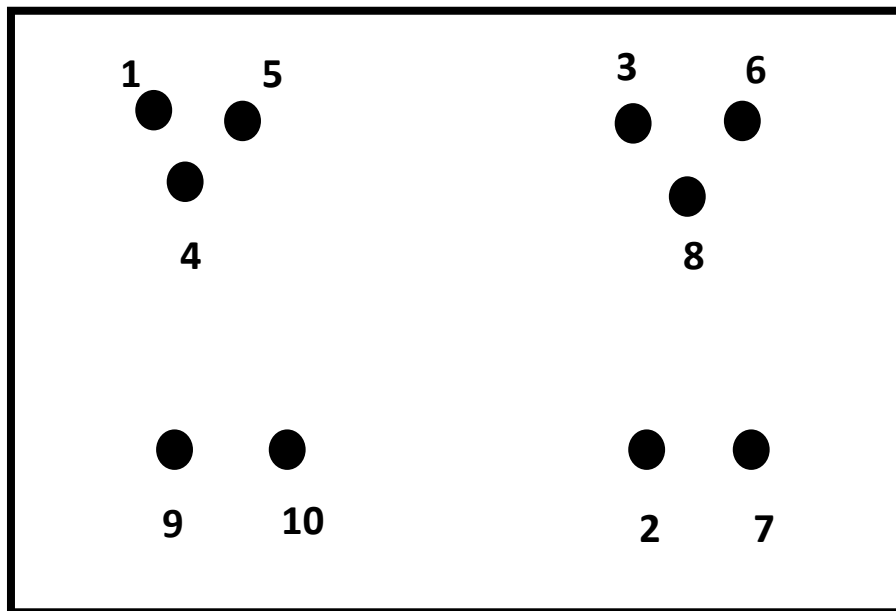
候補者の総合好感度

$$F_i = RF_i \times CF_k$$

これを評価指標とする

RF_i : 候補者*i*の好感度
 CF_k : クラスタ*k*の好感度

類似度の設定



- 最初に座標を設定し、各座標に候補者をランダムに振り分ける
- 座標間のユークリッド距離を類似度に変換

類似度の設定

- 各候補者には他の候補者との類似度を与える

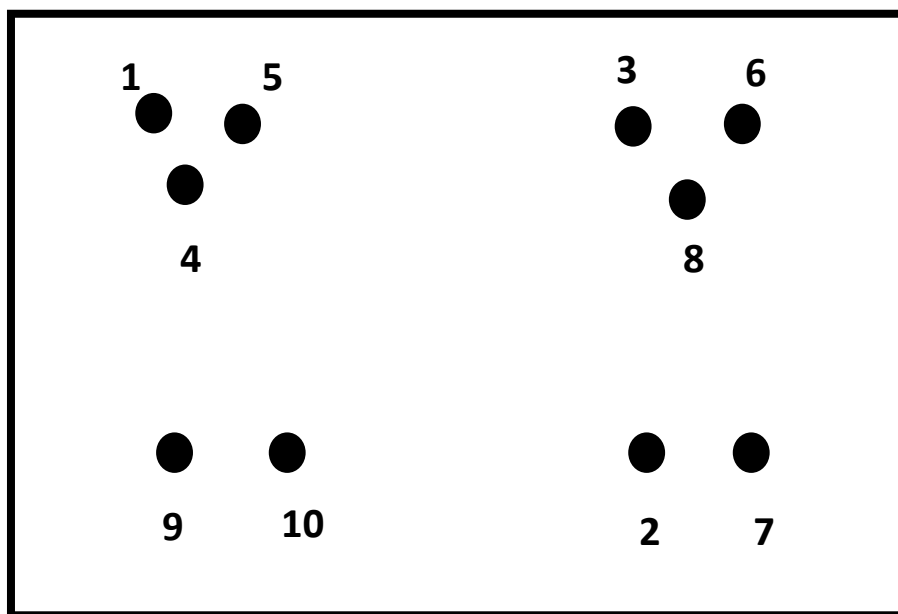
$$S_{ij} = 1 - \frac{d_{ij}}{\max(D)}$$

S_{ij} : 候補者 R_i と他の候補者 R_l との類似度

d_{ij} : 候補者 i と他の候補者 l との類似度

$\max(D)$: すべて候補者間の非類似度 D で最大の非類似度

投票方法



投票者 V_a の候補者 R_i への好感度 RF_{ai} を正規分布 $N(RF_i, \sigma^2)$ に従う乱数として生成する

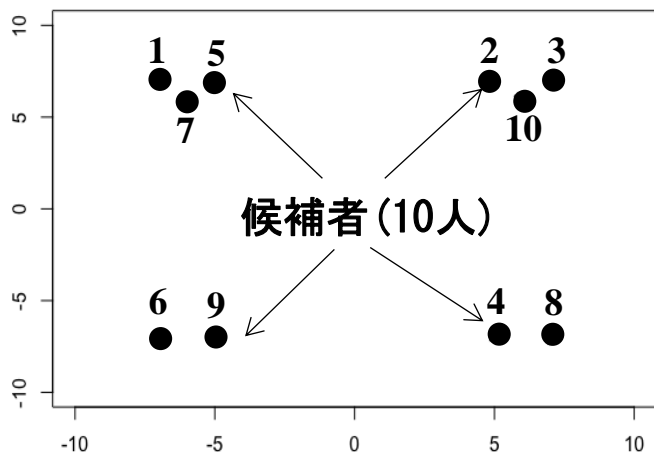
RF_{ai} が最大となる R_i を1位として投票

R_i との類似度が高いほど次に選択される確率が高くなるように順次、無作為抽出を行う

結果 | パターン1



座標表面での候補者配置



例 理想順位
 1位→候補者10
 2位→候補者3
 3位→候補者5

第1回試行多数決結果
 1位→候補者3
 2位→候補者10
 3位→候補者7

第1回試行指標値 = 2

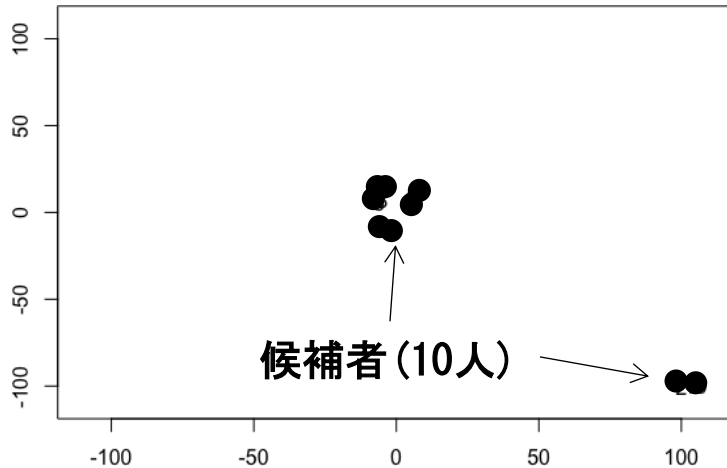
指標値の平均及び分散結果

| | 多数決 | Borda | 提案1 | 提案2 |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 平均 | 2.387 | 1.609 | 1.798 | 2.131 |
| 分散 | 0.305 | 0.520 | 0.902 | 0.450 |

結果 | パターン2



座標表面での候補者配置



パターン1と同様に設定するが、一つのグループが極端に離れている

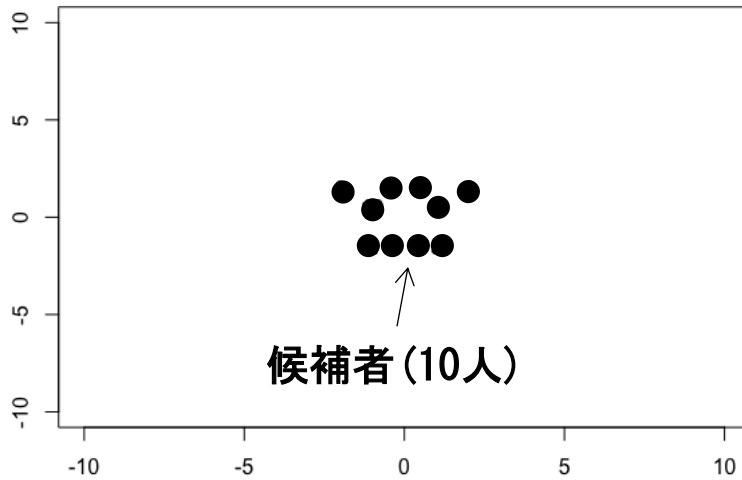
指標値の平均及び分散結果

| | 多数決 | Borda | 提案1 | 提案2 |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 平均 | 2.383 | 1.665 | 2.711 | 2.237 |
| 分散 | 0.332 | 0.523 | 0.211 | 0.421 |

結果 | パターン3



座標表面での候補者配置



全体的にグループが固まっている

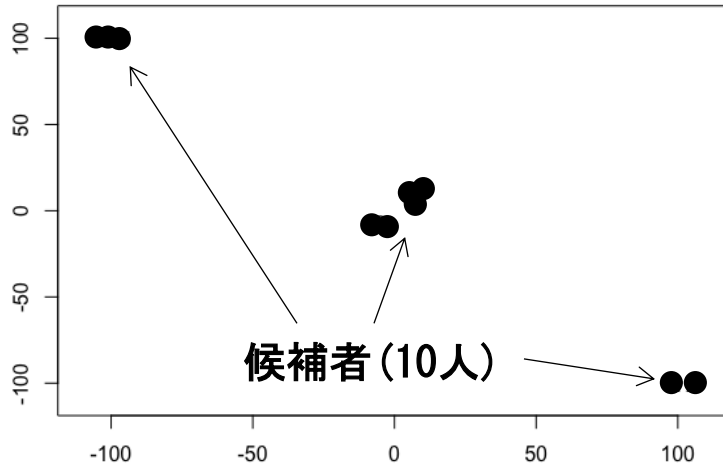
指標値の平均及び分散結果

| | 多数決 | Borda | 提案1 | 提案2 |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 平均 | 2.366 | 1.541 | 2.023 | 2.256 |
| 分散 | 0.316 | 0.471 | 0.681 | 0.387 |

結果 | パターン4



座標表面での候補者配置

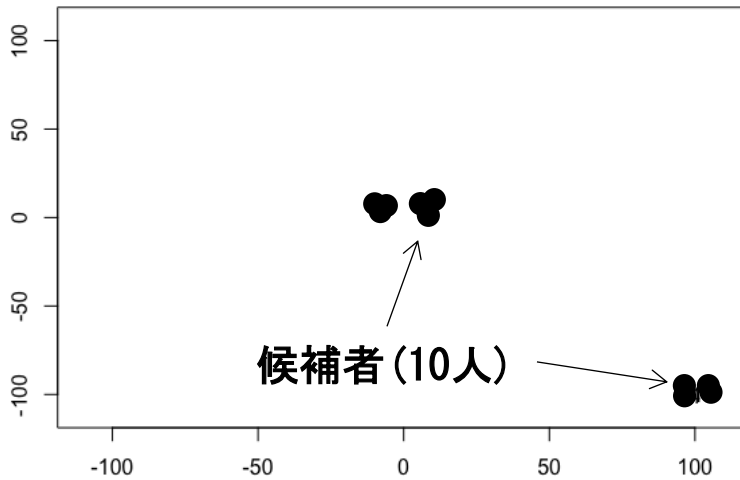


2グループは極端に離れ、
2グループは近い

指標値の平均及び分散結果

| | 多数決 | Borda | 提案1 | 提案2 |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 平均 | 2.372 | 1.370 | 2.365 | 2.165 |
| 分散 | 0.320 | 0.612 | 0.632 | 0.384 |

座標表面での候補者配置

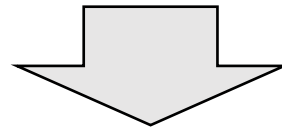


2グループずつ離れている

指標値の平均及び分散結果

| | 多数決 | Borda | 提案1 | 提案2 |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 平均 | 2.370 | 1.389 | 2.375 | 2.132 |
| 分散 | 0.315 | 0.594 | 0.723 | 0.395 |

いずれも多数決が安定して良い結果を示した



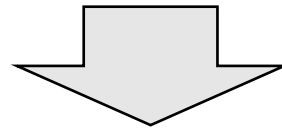
多数決が最も民意を反映する方法なのか？

しかし…

- ・ 各々の投票者は1位の決定に**好感度**に比した確率分布の使用
- ・ パターンを限定した擬似的な人工データによるシミュレーション

現実に近い環境での検証が必要

ボルダ方式が最も悪い結果を示した



ボルダ方式は民意が反映されない手法なのか？

- ・ 各々の投票者は2位,3位の決定に**類似度**に比した確率分布の使用
- ・ 類似度の影響が強くなるパターンを選択

他のパターンの検証も必要

しかし・・・

提案手法により、ボルダ方式の改善が可能

目的

民意の反映を調べるため、好感度を用いた環境を構築、シミュレーションを用いて投票手法の比較

結果

- ・ 多数決が最も良く、ボルダ方式が最も悪い
- ・ 提案手法により、ボルダ方式の改善が見られた

しかし、シミュレーション環境やパターンが限定的

現実に即した投票実験による検証も必要

- [1]坂井豊貴,社会的選択理論への招待,日本評論社,2013
- [2]社会契約論, 岩波文庫, 訳 桑原武夫 前川貞次郎
- [3]小畑経史, 石井博昭, “ランクつき投票データ分析手法による集団の意思の反映について (最適化の数理とアルゴリズム)”, 数理解析研究所講究録 (2002), 1297: pp. 145-153

補足資料

提案手法



| | 8人 | 7人 | 6人 |
|----|----|----|----|
| 1位 | X | Y | Z |
| 2位 | Z | Z | Y |
| 3位 | Y | X | X |

多数決結果: X
ボルダ: Z

提案手法1 : Z
提案手法2 : Y

利用されるところ

- スロベニア下院の二名の少数民族議員
- キリバスの大統領選挙候補
- ナウル議会の議員
- 様々な民間の組織やコンペティションによって、世界中の至る所で採用されている

(wikipedia)

戦術投票

候補集合を制御することによって選挙結果を操作する

| | 8人 | 7人 | 6人 |
|----|----|----|----|
| 1位 | X | Y | Z |
| 2位 | Z | Z | Y |
| 3位 | Y | X | X |

Z → **48**ポイント

| | 8人 | 7人 | 6人 |
|----|----------|----------|----|
| 1位 | X | Y | Z |
| 2位 | Y | X | Y |
| 3位 | Z | Z | X |

Z → **33**ポイント

アローの不可能性定理



◆満場一致性

$$\forall i \in N, \forall x, y \in X : xP_i y \Rightarrow xP y$$

◆二項独立性

$$\forall i \in N, \forall x, y \in X :$$

$$[xR_i y \Leftrightarrow xR'_i y] \Rightarrow [xR y \Leftrightarrow xR' y]$$

◆非独裁制

$$\neg \exists i \in N : \forall x, y \in X : xP_i y \Rightarrow xP y$$

N:社会構成員の集合

X:選択対象の集合

R:選好関係

P:厳密な選好関係